

# RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Qualifications du mardi 29 janvier 2008

Les classes de Troisième doivent résoudre les exercices 1 à 6.

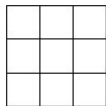
Les classes de Seconde doivent résoudre les exercices 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par exercice traité **en explicitant la démarche**.

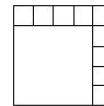
---

## 1 – Carrément

Un carré peut être découpé en neuf autres carrés :



Il peut aussi être découpé, avec un peu de réflexion, en dix carrés :



**Pouvez-vous faire un découpage d'un carré en 6 carrés ? En 7 ? En 8 ? En 11 ? En 12 ? En 13 ?  
Est-il possible (avec beaucoup de patience) d'obtenir 67 ou 68 carrés ?  
Expliquez votre raisonnement.**

## 2 – Puissance 2008

Elsa et Jean aiment les jeux mathématiques et se posent mutuellement des petits problèmes :

Elsa dit à Jean : « Choisis un nombre entier, je te dirai quel est le dernier chiffre de sa puissance 2008. »

Jean propose 13.

Elsa lui affirme que ce nombre se termine par 1.

« Et si c'était 14 ? » demande Jean.

« Dans ce cas, la réponse serait 6. » lui affirme Elsa.

Jean prend un papier et un crayon, cherche ... et trouve !

Elsa et Jean sont capables de trouver le dernier chiffre de la puissance 2008 de n'importe quel nombre entier.

**Expliquez leur raisonnement et trouvez le dernier chiffre de  $2008^{2008}$ .**

## 3 – Baignade

David et Corentin sont deux amis qui apprécient la baignade en rivière.

Quand David se baigne seul, il va au plus près de chez lui, c'est à 600 mètres.

Corentin, lui, doit parcourir 1,400 kilomètre.

Mais le plus souvent, les deux amis se retrouvent sur une petite plage située à égale distance de leurs deux maisons. La maison de David et celle de Corentin sont distantes de 1,700 kilomètre.

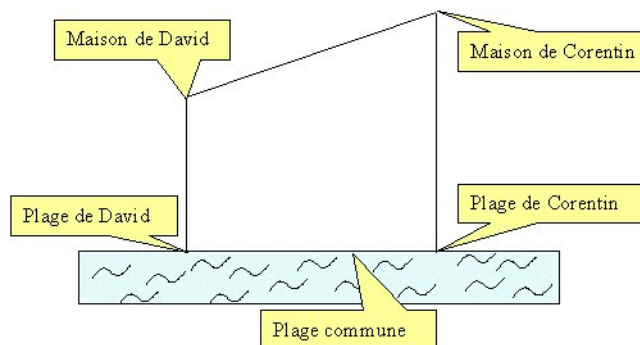


Schéma proposé par David (non à l'échelle)

**Construisez une figure à l'échelle 1/20 000 où apparaît le lieu de baignade commune des deux amis. Calculez la distance qui sépare la plage de David et la plage commune.**

## 4 – Des cubes et des solides

On dispose de quatre cubes blancs de mêmes dimensions dont les faces sont identiques.

**Combien de solides différents de l'espace obtient-on en accolant tous les cubes deux à deux par une face ?**

**Donnez, sur une feuille quadrillée, une représentation de chacun de ces solides.**

## 5 – Rallye mathématique

Le rallye mathématique est organisé chaque année dans les collèges du département.

Chaque année est éditée une revue composée de la manière suivante :

La page 1 contient le titre. La présentation du rallye est en page 2.

A partir de la page 3, chaque page est consacrée à une classe participante avec une photo de la classe, un mot de leur professeur de maths et leur classement au rallye. Ainsi la page 3 est consacrée à la 6<sup>è</sup> classée première, la page 4 à la 6<sup>è</sup> classée deuxième, ... , et ainsi de suite jusqu'à la classe de 3<sup>è</sup> la moins bien classée.

Enfin, les six dernières pages sont écrites par les professeurs organisateurs du rallye.

Un jour, Bertrand trouve une feuille qui s'est détachée de la revue de l'année précédente. Il s'agit d'une feuille A3 pliée en deux. Cette feuille (ou plutôt ses informations essentielles) est décrite ci-dessous.

Recto							
<table><tr><td>Niveau 5<sup>è</sup></td><td>Niveau 4<sup>è</sup></td></tr><tr><td>Classement 1</td><td>Classement 12</td></tr><tr><td>18</td><td>39</td></tr></table>	Niveau 5 <sup>è</sup>	Niveau 4 <sup>è</sup>	Classement 1	Classement 12	18	39	
Niveau 5 <sup>è</sup>	Niveau 4 <sup>è</sup>						
Classement 1	Classement 12						
18	39						
Classe	Numéro de la page						

Verso	
Niveau 3 <sup>è</sup>	Niveau 6 <sup>è</sup>
Classement 1	Classement 15
40	17

**Aidez Bertrand à retrouver le nombre de pages de la revue, le nombre de classes participantes, le nombre de classes de chaque niveau ayant participé au rallye.**

## 6 – Mystère autour d'une boîte

Une boîte de jeux de société a la forme d'un parallélépipède rectangle. Les arêtes mesurent un nombre entier de centimètres. Les faces ont pour aires  $96 \text{ cm}^2$ ,  $160 \text{ cm}^2$  et  $240 \text{ cm}^2$ .

**Déterminez le volume de cette boîte.**

## 7 – Lampadaires

Le jardin public de Triville a la forme d'un triangle ABC isocèle en B tel que :

$AB = BC = 60$  m et  $AC = 90$  m.

Pour éclairer ce jardin de manière homogène, Monsieur le maire propose d'installer quatre lampadaires : un en A, un en C, un en M (situé sur le segment  $[AB]$  ) et le quatrième en N sur le segment  $[BC]$ .

Le conseiller technique de la mairie cherche à déterminer les emplacements des lampadaires de sorte que les longueurs AM, MN et NC soient égales.

**Construisez le plan du jardin public à l'échelle 1/500 sur lequel vous noterez les emplacements des lampadaires.**

## 8 – Cadenas

Le lycée met à disposition de Margot un casier pour qu'elle puisse y ranger ses affaires. Ses parents lui ont donné un cadenas semblable à celui dessiné ci-contre.

La combinaison du cadenas est formée de quatre chiffres tous compris entre 0 et 7.

Pour se souvenir de la combinaison, Margot (qui se passionne pour l'arithmétique) se rappelle que :

- les quatre chiffres de la combinaison sont tous différents les uns des autres.
- les deux premiers chiffres sont des nombres premiers dont la somme est aussi un nombre premier.
- la somme des trois premiers chiffres est un nombre premier.
- la somme des trois derniers chiffres est aussi un nombre premier.



**Citez toutes les combinaisons que Margot peut essayer pour être sûre d'ouvrir le cadenas.**

## 9 – Famille 2008

Papy et Mamy Depin ont toujours bon pied, bon œil. Quand ils se sont rencontrés, ils avaient tous deux 18 ans.

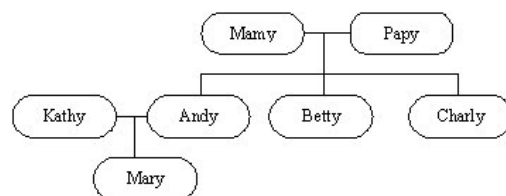
Plus tard, ils se sont mariés et ont eu trois enfants : Andy, Betty et Charly sont nés dans cet ordre à exactement deux ans d'intervalle. L'aîné Andy a aujourd'hui plus de 40 ans, il est marié avec Kathy et est l'heureux papa de la petite Mary.

Papy leur montre l'arbre généalogique de la famille Depin.

Mary est en train de jouer avec la calculatrice de Papy : machinalement, elle ajoute les âges de ses grands-parents avec ceux de leurs trois enfants, puis multiplie le résultat obtenu par son âge.

A sa grande surprise, la calculatrice affiche 2008.

*Extrait de l'arbre généalogique*



**Déterminez les âges possibles de Papy et de Mamy sachant que tous les âges sont des nombres entiers.**

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

**Fiche réponse de l'exercice n°**